

Wymagania edukacyjne  
MATEMATYKA  
Zakres podstawowy  
i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.  
Warszawa 2019

Wyróżnione zostały następujące wymagania programowe: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają w przybliżeniu ocenom szkolnym.

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	-	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	-	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	-	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

**Pogrubieniem** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

## PODRĘCZNIK CZĘŚĆ 1

### 1. LICZBY RZECZYWISTE

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykłady liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, niewymiernych oraz przyporządkowuje liczbę do odpowiedniego zbioru liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkłada liczby naturalne na czynniki pierwsze (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozróżnia liczby pierwsze i liczby złożone</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje cechy podzielności liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje dzielniki danej liczby naturalnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• znajduje największy wspólny dzielnik i najmniejszą wspólną wielokrotność liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykład liczby wymiernej zawartej między dwiema danymi liczbami oraz przykłady liczb niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza na osi liczbowej daną liczbę wymierną, odczytuje z osi liczbowej współrzędne danego punktu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przybliżenia dziesiętne danej liczby rzeczywistej z zadaną dokładnością (również przy użyciu kalkulatora) oraz oblicza błąd przybliżenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza rozwinięcie dziesiętne ułamków zwykłych, zamienia ułamki dziesiętne o skończonym rozwinięciu dziesiętnym na ułamki zwykłe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje proste działania w zbiorach liczb: całkowitych, wymiernych i rzeczywistych</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia z liczby nieujemnej oraz wartość pierwiastka nieparzystego stopnia z liczby rzeczywistej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{1}{\sqrt{a}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szacuje wartości liczb niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza procent danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• posługuje się procentami w rozwiązywaniu prostych zadań praktycznych</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci <math>a \cdot k + r</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• konstruuje odcinki o długościach niewymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod znak pierwiastka dowolnego stopnia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\sqrt[3]{a}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadnienia równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb
• udowadnia prawa działań na potęgach o wykładnikach naturalnych (całkowitych)
• dowodzi niewymierności niektórych liczb, np. $\sqrt{2}$ , $\sqrt{3}$
• dowodzi, że suma (iloczyn) liczby wymiernej i niewymiernej jest liczbą niewymierną
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

## 2. JĘZYK MATEMATYKI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• <b>posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór skończony, zbiór nieskończony</b>
• opisuje symbolicznie dane zbiory
• wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące
• <b>posługuje się pojęciem iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów</b>
• zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe
• wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami
• <b>wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej</b>
• rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność
• zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań nierówności liniowej
• zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$
• wyłącza wskazany jednomian przed nawias w sumie algebraicznej
• mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych w prostych przypadkach
• stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania prostych równań i nierówności
• oblicza wartość bezwzględną liczby rzeczywistej
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania elementarnych równań i nierówności typu $ x  = a,  x  < a$
• stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności typu $ x - 3  = 3,  x + 4  \leq 1$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza iloczyn, sumę i różnicę danych zbiorów oraz dopełnienie zbioru
• zaznacza na osi liczbowej zbiory liczb spełniających układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
• <b>wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych</b>
• zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych
• przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych
• stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach <math>a + b\sqrt{c}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu <math>\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia algebraiczne, korzystając z własności wartości bezwzględnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza przedziały liczbowe określone za pomocą wartości bezwzględnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną typu <math> 2x - 3  = 5,  3x + 1  &gt; 7, \sqrt{x^2 + 4x + 4} \leq 2</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory skróconego mnożenia</li> </ul>

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dowodzi podzielności liczb w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów i własności wartości bezwzględnej</li> </ul>

## 3. UKŁADY RÓWNAŃ

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przykładowe rozwiązania równania liniowego z dwiema niewiadomymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy podana para liczb spełnia dany układ równań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby rozwiązaniem była dana para liczb</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wskazaną zmienną z danego równania liniowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań metodą podstawiania (proste przypadki)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li> </ul>

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa, ile rozwiązań ma dany układ równań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje rozwiązanie układu nieoznaczonego</li> </ul>

- stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, np. układy równań z trzema niewiadomymi, układy równań z parametrem
- stosuje układy równań w trudniejszych zadaniach tekstowych

## 4. FUNKCJE

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje przyporządkowania będące funkcjami
• określa funkcję różnymi sposobami (grafem, wzorem, tabelą, wykresem, opisem słownym)
• poprawnie stosuje pojęcia związane z pojęciem funkcji: dziedzina, zbiór wartości, argument, miejsce zerowe, wartość i wykres funkcji
• odczytuje z wykresu dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, najmniejszą i największą wartość funkcji (w przypadku nieskomplikowanego wykresu)
• odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji
• na podstawie nieskomplikowanego wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji
• wskazuje wykresy funkcji rosnących, malejących i stałych wśród różnych wykresów
• wyznacza dziedzinę funkcji określonej tabelą lub opisem słownym
• oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji
• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji (w prostych przypadkach)
• sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem
• wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych (w prostych przypadkach)
• rysuje w prostych przypadkach wykres funkcji danej wzorem
• posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego
• oblicza współrzędne wektora
• sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ , $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$
• sporządza wykres funkcji: $y =  f(x) $ , jeśli ma dany wykres funkcji $y = f(x)$ (proste przypadki)
• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych
• wskazuje wielkości odwrotnie proporcjonalne
• stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań
• wyznacza współczynnik proporcjonalności
• podaje wzór proporcjonalności odwrotnej, jeśli zna współrzędne punktu należącego do wykresu
• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych
• przedstawia daną funkcję na różne sposoby w trudniejszych przykładach
• na podstawie wykresu funkcji określa liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości $m$
• na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$ , $f(x) < m$ , $f(x) \geq m$ , $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości $m$
• odczytuje z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności typu: $f(x) = g(x)$ , $f(x) < g(x)$ , $f(x) > g(x)$
• szkicuje wykres funkcji spełniającej podane warunki oraz określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach
• wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i jednego z punktów
• znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor
• zapisuje wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przesunięcia o dany wektor
• szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji, jeśli ma dany wykres funkcji $y = f(x)$
• sporządza wykres funkcji: $y = f( x )$ , jeśli ma dany wykres funkcji $y = f(x)$
• stosuje funkcje i ich własności w sytuacjach praktycznych, w tym proporcjonalność odwrotną, do rozwiązywania zadań dotyczących drogi, prędkości i czasu

### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• na podstawie definicji bada monotoniczność funkcji danej wzorem
• udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

## 5. FUNKCJA LINIOWA

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu
• rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem
• oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu
• wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej
• oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej
• interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej
• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne
• rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne
• odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność
• wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje warunek równoległości i prostopadłości prostych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostopadły do wykresu danej funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostopadłe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><b>opisuje za pomocą układu nierówności liniowych zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych</b></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania i nierówności liniowe z parametrem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności funkcji liniowej do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>analizuje własności funkcji liniowej</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje układ równań z parametrem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych</li> </ul>



## 6. PLANIMETRIA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• rozróżnia trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne
• stosuje twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie w prostych przypadkach
• sprawdza, czy z trzech odcinków o danych długościach można zbudować trójkąt
• udowadnia przystawanie trójkątów, wykorzystując cechy przystawania (proste przypadki)
• wykorzystuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania prostych zadań
• udowadnia podobieństwo trójkątów, wykorzystując cechy podobieństwa (proste przypadki)
• zapisuje proporcje boków w trójkątach podobnych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania elementarnych zadań
• sprawdza, czy dane figury są podobne
• oblicza długości boków figur podobnych
• stosuje w prostych zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych
• wskazuje w wielokątach odcinki proporcjonalne
• rozwiązuje proste zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• udowadnia równoległość prostych stosując twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w prostych przypadkach

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie
• stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych
• wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych
• rozwiązuje zadania dotyczące podobieństwa wielokątów
• rozwiązuje zadania, wykorzystując twierdzenie Talesa
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przeprowadza dowód twierdzenia Talesa
• przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie
• rozwiązuje zadania wymagające uzasadnienia i dowodzenia z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Talesa
• stosuje własności podobieństwa figur podczas rozwiązywania zadań problemowych oraz zadań wymagających przeprowadzenia dowodu
• stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie w zadaniach wymagających przeprowadzenia dowodu
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące przystawania i podobieństwa figur

## 7. FUNKCJA KWADRATOWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności
• sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej
• szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności
• ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$
• przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie
• oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego
• oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii
• znajduje brakujące współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• rozwiązuje równania kwadratowe niepełne metodą rozkładu na czynniki oraz stosując wzory skróconego mnożenia
• określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika
• rozwiązuje równania kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki
• wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych
• przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej, o ile taka postać istnieje
• odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej
• rozwiązuje nierówności kwadratowe
• rysuje wykres funkcji $y =  f(x) $ , gdy dany jest wykres funkcji kwadratowej $y = f(x)$

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu
• znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności
• rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
• <b>znajduje iloczyn, sumę, różnicę zbiorów rozwiązań nierówności kwadratowych</b>
• szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej
• wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli
• wyprowadza wzory na pierwiastki równania kwadratowego
• szkicuje wykres funkcji, który jest efektem wykonania więcej niż dwóch przekształceń wykresu funkcji kwadratowej
• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej

# PODREĆCZNIK CZĘŚĆ 2

## 1. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania kwadratowe, stosując poznane metody i wzory</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje nierówności kwadratowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania dwukwadratowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których obydwa równania są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego oraz do określania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje pojęcie najmniejszej i największej wartości funkcji, wyznacza w prostych przypadkach najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>przeprowadza analizę zadania tekstowego i znajduje w prostych przypadkach rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki</li></ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje w trudniejszych przypadkach równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje układy równań, z których co najmniej jedno jest równaniem paraboli, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosując wzory Viète'a, oblicza wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem spełniające podane warunki</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym, korzystając z własności funkcji kwadratowej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania tekstowe w trudniejszych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>wyprowadza wzory Viète'a</li></ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, w tym zadania z parametrem</li></ul>
---

## 2. WIELOMIANY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników
• zapisuje wielomian w sposób uporządkowany
• oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu; sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu
• wyznacza sumę, różnicę, iloczyn wielomianów i określa ich stopień
• szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego
• określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia
• podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów, bez wykonywania mnożenia wielomianów
• stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę i różnicę sześciąt
• rozkłada wielomian na czynniki, stosując metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika poza nawias
• rozwiązuje proste równania wielomianowe
• wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej w prostych przypadkach
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$
• sprawdza poprawność wykonanego dzielenia
• zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane wielomiany były równe w prostych przypadkach
• sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia
• sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki
• określa, które liczby mogą być pierwiastkami całkowitymi lub wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w prostych przypadkach
• wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej
• znając stopień wielomianu i jego pierwiastek, bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność
• szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa
• dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu
• rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu lub wykorzystując postać iloczynową wielomianu
• opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu, wyznacza dziedzinę i rozwiązuje zadanie tekstowe w prostych przypadkach
• oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki
• określa stopień wielomianu w zależności od parametru
• oblicza sumę współczynników wielomianu
• stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów; określa stopień wielomianu wielu zmiennych
• wykonuje działania na wielomianach w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + \dots + 1)$ oraz $a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} \cdot b + \dots + a \cdot b^{n-2} + b^{n-1})$
• stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika
• rozkłada wielomian na czynniki możliwie najniższego stopnia
• stosuje rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach różnych typów

• rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie
• dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$
• sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia
• dzieli wielomian przez dwumian $x - a$ , stosując schemat Hornera
• wyznacza resztę z dzielenia wielomianu, gdy podane są określone warunki
• rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w trudniejszych przypadkach
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych
• rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączając wspólny czynnik przed nawias w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres wielomianu po wyznaczeniu jego pierwiastków
• stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków
• wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi
• rozwiązuje zadania z parametrem, korzystając z równań i nierówności wielomianowych
• opisuje za pomocą wielomianu objętość lub pole powierzchni bryły oraz określa dziedzinę powstałej w ten sposób funkcji; wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

• stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń
• rozwiązuje zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia wielomianu przez np. wielomian stopnia drugiego
• stosuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania zadań praktycznych o podwyższonym stopniu trudności
• przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących wielomianów, np. twierdzenia Bézouta, twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu
• przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku

### 3. FUNKCJE WYMIERNE

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (w prostych przypadkach także w podanym zbiorze), gdzie $a \neq 0$ , i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności)
• przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie $a \neq 0$ , o wektor, podaje jej własności oraz podaje równania asymptot jej wykresu
• podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ , gdzie $a \neq 0$ , aby otrzymać wykres $y = \frac{a}{x-p} + q$ w prostych przypadkach; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$
• dobiera wzór funkcji do jej wykresu
• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej w prostych przypadkach
• wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej, korzystając z jej postaci kanonicznej
• wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego
• oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej

<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych w prostych przypadkach i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje, również graficznie, nierówności wymierne w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza ze wzoru dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania prostych równań i nierówności wymiernych w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania prostych zadań tekstowych</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równania osi symetrii i współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej równaniem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykresy funkcji homograficznych i określa ich własności w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji homograficznej spełniającej podane warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, <math>y =  f( x ) </math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją homograficzną, i opisuje ich własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych, podaje odpowiednie założenia i zapisuje je w najprostszej postaci w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje równania i nierówności wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje układy nierówności wymiernych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania trudniejszych zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających określone warunki</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując wyrażenia wymierne, oraz zadania dotyczące związku między drogą, prędkością i czasem</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje ich wykresy i podaje własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności hiperboli do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza liczbę rozwiązań równań <math> f(x)  = m</math>, <math>f( x ) = m</math> i <math> f( x )  = m</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru <math>m</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje funkcje wymierne do rozwiązywania zadań z parametrem o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

#### 4. TRYGONOMETRIA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje wzory na przekątną kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• odczytuje z tablic miarę kąta ostrego, gdy zna wartość jego funkcji trygonometrycznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest sinus lub cosinus kąta</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozwiązuje trójkąty prostokątne w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania prostych zadań praktycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje wzory: <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>, <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha</math> <math>\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha</math>, <math>\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha</math> do obliczania wartości wyrażenia</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje w zadaniach wzór na pole trójkąta: <math>P = \frac{1}{2}ah</math> oraz wzór na pole trójkąta równobocznego o boku <math>a</math>: <math>P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• rozróżnia czworokąty: kwadrat, prostokąt, romb, równoległobok, trapez oraz zna ich własności</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje w zadaniach wzory na pola czworokątów w prostych przypadkach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wykorzystuje funkcje trygonometryczne do obliczania obwodów i pól podstawowych figur płaskich w prostych przypadkach</li></ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza w trudniejszych przypadkach długości odcinków w trójkącie, korzystając z twierdzenia Pitagorasa</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów i w zadaniach praktycznych</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych <math>\alpha</math> i <math>90^\circ - \alpha</math></li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• wyprowadza wzór na jedynekę trygonometryczną oraz pozostałe związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• przekształca w trudniejszych przypadkach wyrażenia trygonometryczne, stosując związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>• uzasadnia, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną</li></ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje podczas rozwiązywania zadań wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzór <math>P = \frac{1}{2} ab \sin \gamma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia niektóre własności czworokątów</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, w tym zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>

### 5. PLANIMETRIA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie dwóch okręgów, gdy dane są promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole koła i pole wycinka koła</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła, i pole wycinka koła w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość jego środka od prostej z promieniem okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o kącie środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje własności wielokątów foremnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza miarę kąta wewnętrznego danego wielokąta foremnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, znając sumę miar jego kątów wewnętrznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremnym w prostych przypadkach</li> </ul>



<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów w prostych przypadkach, także osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza pole figury, stosując wzory na pole koła i pole wycinka kołowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje twierdzenie o odcinkach stycznych do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzysta z własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na czworokącie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w czworokąt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów oraz do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o kątach środkowym i wpisanym w okręgu, opartych na tym samym łuku</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach w okręgu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w trójkątach i czworokątach o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia zależności w wielokątach foremnych o podwyższonym stopniu trudności, także z zastosowaniem trygonometrii</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przeprowadza dowód twierdzenia sinusów i dowód twierdzenia cosinusów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z planimetrii z zastosowaniem trygonometrii o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>

### 6. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza logarytm danej liczby</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażen z logarytmami w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math>, gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej <math>y = f(x)</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = f( x )</math> w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i monotoniczności funkcji wykładniczej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. <math>\log_2 3</math></li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu</li> </ul>

## PODRĘCZNIK CZĘŚĆ 3

### 1. FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu
• zaznacza kąt w układzie współrzędnych
• określa znaki funkcji trygonometrycznych danego kąta
• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów: $90^\circ$ , $120^\circ$ , $135^\circ$ , $150^\circ$
• określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta
• wykorzystuje funkcje trygonometryczne – w prostych przypadkach
• zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha$ , $k \in \mathbf{Z}$
• zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie
• odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu
• szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności
• szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności
• szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi $OX$
• szkicuje wykresy funkcji $y = af(x)$ oraz $y =  f(x) $ , gdzie $f$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności – w prostych przypadkach
• uzasadnia proste tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji sinus lub cosinus
• wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta – w prostych przypadkach
• zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$ , gdzie $k \in \mathbf{Z}$
• stosuje wzory redukcyjne do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów
• rozwiązuje proste równania i nierówności trygonometryczne
• posługuje się tablicami lub kalkulatorem do wyznaczania miary kąta w podanym przedziale, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $-90^\circ$ , $315^\circ$ , $1080^\circ$
• stosuje w zadaniach funkcje trygonometryczne – w trudniejszych przypadkach
• wyznacza kąt, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach
• szkicuje wykres funkcji okresowej
• stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości
• stosuje własności funkcji trygonometrycznej do obliczania jej wartości dla kąta o podanej mierze łukowej
• szkicuje wykresy funkcji $y = f(ax)$ oraz $y = f( x )$ , gdzie $y = f(x)$ jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności
• na podstawie wykresów funkcji trygonometrycznych szkicuje wykresy funkcji będące efektem wykonania kilku przekształceń; określa ich własności
• stosuje w zadaniach wykresy funkcji trygonometrycznych
• oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, znając wartość funkcji tangens lub cotangens
• udowadnia tożsamości trygonometryczne, podaje odpowiednie założenia – w trudniejszych zadaniach
• stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, podwojonego kąta do przekształcania wyrażeń, w tym do uzasadniania tożsamości trygonometrycznych – w trudniejszych przypadkach

<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory redukcyjne do upraszczania wyrażeń i udowadniania tożsamości trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi do rozwiązywania trudniejszych równań i nierówności trygonometrycznych, wyznaczania zbioru wartości funkcji złożonej i obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów oraz funkcje podwojonego kąta</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia</li> </ul>

## 2. GEOMETRIA ANALITYCZNA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• opisuje koło w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje działania na wektorach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy wektory są równoległe</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje działania na wektorach do podziału odcinka</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

• sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu
• wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg
• stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie
• określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami
• wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem
• stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów
• podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia
• opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny
• stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach
• stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie
• rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności

### 3. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym
• bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorzem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje granice ciągów <math>a_n = q^n</math>, gdy <math>q \in (-1; 1)</math>, <math>a_n = \frac{1}{n^k}</math>, gdy <math>k &gt; 0</math> oraz <math>a_n = \sqrt[n]{a}</math>, gdy <math>a &gt; 0</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: <math>a_n = q^n</math> dla <math>q &gt; 1</math> oraz <math>a_n = n^k</math> dla <math>k &gt; 0</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>bada monotoniczność ciągów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu</li> </ul>
---

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej</li> </ul>

#### 4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią <math>OX</math> – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>podaje i stosuje schemat badania własności funkcji</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności</li> </ul>

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci <math>y = \sqrt{f(x)}</math> oraz granice funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza granice funkcji w nieskończoności</li> </ul>

• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
• bada ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
• stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią $OX$ – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie
• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
• wyznacza pochodną funkcji złożonej
• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na pochodne funkcji
• wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
• <b>wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji</b>
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

## 5. STATYSTYKA

### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
• odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach
• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:



<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach</li> </ul>

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki</li> </ul>
--

## PODRĘCZNIK CZĘŚĆ 4

### 1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza wartość symbolu Newtona</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach</li> </ul>

• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
• oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania $k$ sukcesów w $n$ próbach – w prostych przypadkach
• podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności trójkąta Pascala
• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania $k$ sukcesów w $n$ próbach – w złożonych sytuacjach
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej $k$ sukcesów w $n$ próbach
• podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa
• udowadnia wzór Bayesa
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń

## 2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne
• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę

<ul style="list-style-type: none"> <li>określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>na rysunku prostopadłościanu (sześcianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach</li> </ul>

### 3. BRYŁY OBROTOWE

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka)</li> </ul>
--

<ul style="list-style-type: none"> <li>zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne)</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego</li> </ul>

## 4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

#### Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb całkowitych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich</li> </ul>

#### Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza trudne dowody dotyczące własności figur płaskich</li> </ul>

#### Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

<ul style="list-style-type: none"> <li>przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych)</li> </ul>
--

## **5. POWTÓRZENIE**

Wymagania dotyczące powtarzanych wiadomości zostały opisane w propozycjach przedmiotowego systemu oceniania dla klas pierwszej, drugiej i trzeciej. Z kolei te z zakresu rachunku prawdopodobieństwa i stereometrii są opisane powyżej.